

## Γραμμική Άλγεβρα - Σειτ Ασκήσεων 2

### Άσκηση 1

Δίνεται η γραμμική απεικόνιση:  $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2, T(x_1, x_2, x_3) = (x_1 + x_2, 2x_3 - x_1)$ . Να βρεθούν:

i Ο πίνακας της  $T$  ως προς τις κανονικές βάσεις των  $\mathbb{R}^3, \mathbb{R}^2$ .

ii Οι συνιστώσες του  $Tx$ , όπου  $x = (0, -1, 3)$ .

### Άσκηση 2

Έστω  $x, y \in \mathbb{R}^2$  με  $x = (x_1, x_2)$  και  $y = (y_1, y_2)$ .

i Να αποδείξετε ότι η απεικόνιση  $\mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}: (x, y) \rightarrow$  με  $\langle x, y \rangle$

$$\langle x, y \rangle = 8x_1y_1 - 3x_1y_2 - 3x_2y_1 + 2x_2y_2$$

ορίζει ένα εσωτερικό γινόμενο στον  $\mathbb{R}^2$ .

ii Να βρείτε τον πίνακα του εσωτερικού γινομένου, που ορίστηκε στο ερώτημα i.

### Άσκηση 3

Έστω ο διανυσματικός χώρος  $\mathbb{C}^3$  με το εσωτερικό γινόμενο που έχει πίνακα ως προς την κανονική βάση τον:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1+i \\ 0 & 2 & 0 \\ 1-i & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

και την βάση του:  $v = \{v_1 = (1, 0, 0), v_2 = (0, 1, i), v_3 = (1+i, 1/2, -i)\}$ . Να κατασκευαστεί από την  $v$  μια ορθοκανονική βάση για τον  $\mathbb{C}^3$ .

### Άσκηση 4

Να βρεθούν οι ιδιοτιμές και τα ιδιοδιανύσματα του πίνακα:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ -2 & 0 & 4 \end{bmatrix}$$

### Άσκηση 5

Να διαγωνοποιηθεί, αν είναι δυνατόν, ο πίνακας:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

### Άσκηση 6

Να υπολογισθεί ο πίνακας  $A^{35}$ , όπου:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$