Γραμμική Άλγεβρα - Σετ Ασκήσεων 1

Άσκηση 1

Επαληθεύστε την ιδιότητα $(AB)\Gamma = A(B\Gamma)$ για τους δοθέντες πίνακες:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & 3 & 7 \\ 1 & 8 & 9 \end{bmatrix}, \Gamma = \begin{bmatrix} 3 & 7 & 1 \\ 2 & 6 & 1 \\ 1 & 4 & 0 \end{bmatrix}$$

Άσκηση 2

Για τον πίνακα:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -4 \end{bmatrix}$$

να βρεθεί πίνακας $X \in M_{2\times 1}$ τέτοιος ώστε $AX = 2X$.

Άσκηση 3

Χαρακτηρίστε κάθε πρόταση ως Σωστή ή Λάθος, δικαιολογώντας την απάντηση σας.

1. Αν A είναι 3×3 πίνακας, τότε $det(7A) = 7(detA)$
2. Αν οι Α και Β είναι $n \times n$ πίνακες με $detA = 2$ και $detB = 3$ τότε $det(A+B) = 5$ και $det(A^3) = 6$
3. $det(-A) = -det(A)$

Άσκηση 4

Να λυθεί το σύστημα χρησιμοποιώντας τη μέθοδο του Gauss:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - 2x_3 + x_4 + 3x_5 = 1 \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 + 2x_4 + 6x_5 = 2 \\ 3x_1 + 2x_2 - 4x_3 - 3x_4 - 9x_5 = 3 \end{cases}$$

Άσκηση 5

Να υπολογιστεί η ορίζουσα:

$$\begin{vmatrix} 2 & -3 & 2 & 5 \\ 1 & -1 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & -3 & -1 \end{vmatrix}$$

Άσκηση 6

Να λυθεί το σύστημα (να χρησιμοποιηθεί και η μέθοδος Cramer):

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 1 \\ x_1 + \alpha x_2 + 3x_3 = 2 \\ 2x_1 + 3x_2 + \alpha x_3 = 3 \end{cases}$$